MATEMÁTICA APLICADA

Ronaldo Silva Jordão

GESTÃO E NEGÓCIOS

NT EDITORA

MATEMÁTICA APLICADA

Ronaldo Silva Jordão

GESTÃO E NEGÓCIOS

NT EDITORA

Autor

Ronaldo Silva Jordão

Graduação em Arquitetura e Urbanismo pela Universidade Federal do Ceará (1982), Mestrado em Arquitetura e Urbanismo pela Universidade de Brasília (1988) e Doutorado em Processos de Desenvolvimento Humano e Saúde pelo Instituto de Psicologia da Universidade de Brasília (2009). Professor Adjunto da Universidade de Brasília. Tem experiência profissional na área de Arquitetura e Urbanismo, com ênfase em Planejamento e Projetos da Edificação, atuando como docente e pesquisador nos seguintes temas: crítica de urbanismo, crítica da gestão urbana, ecologia e evolução urbanas, planejamento e projeto de estabelecimentos assistenciais de saúde, metodologias de projeto arquitetônico, metodologias de ensino de projeto arquitetônico.

Design Instrucional
NT Editora

Projeto Gráfico
NT Editora

Revisão
NT Editora

Capa
NT Editora

Editoração Eletrônica
NT Editora

Ilustração
Rodrigo Silva

NT Editora, uma empresa do Grupo NT

SCS Quadra 2 – Bl. C – 4° andar – Ed. Cedro II

CEP 70.302-914 – Brasília – DF

Fone: (61) 3421-9200

sac@grupont.com.br

www.nteditora.com.br e www.grupont.com.br

Jordão, Ronaldo Silva.

Matemática aplicada / Ronaldo Silva Jordão – 1. ed. reimpr. – Brasília: NT Editora, 2014.

166 p. il. ; 21,0 X 29,7 cm.

ISBN 978-85-8416-054-9

1. Funções. 2. Matemática.

I. Título

LEGENDA

ÍCONES

Prezado(a) aluno(a),
Ao longo dos seus estudos, você encontrará alguns ícones na coluna lateral do material didático. A presença desses ícones o(a) ajudará a compreender melhor o conteúdo abordado e a fazer os exercícios propostos. Conheça os ícones logo abaixo:

Saiba mais
Esse ícone apontará para informações complementares sobre o assunto que você está estudando. Serão curiosidades, temas afins ou exemplos do cotidiano que o ajudarão a fixar o conteúdo estudado.

Importante
O conteúdo indicado com esse ícone tem bastante importância para seus estudos. Leia com atenção e, tendo dúvida, pergunte ao seu tutor.

Dicas
Esse ícone apresenta dicas de estudo.

Exercícios
Toda vez que você vir o ícone de exercícios, responda às questões propostas.

Exercícios
Ao final das lições, você deverá responder aos exercícios no seu livro.

Bons estudos!

Sumário

APRESENTAÇÃO

Prezado(a) estudante,

De forma sutil e muitas vezes invisível, ao contrário do que muitos imaginam, a matemática não está somente na sala de aula, descrita em formas geométricas e teorias. A todo momento estamos em constante contato com tal componente curricular e até mesmo aqueles profissionais que, em tese, não estariam em contato com a matemática (como sociólogos e filósofos), fazem parte dessa lista. A matemática está presente desde o início do nosso dia, quando calculamos o tempo que levaremos para chegar ao trabalho, nas formas geométricas ao nosso redor (edifícios, viadutos, pontes, etc.), na tecnologia (computadores, celulares, máquinas fotográficas, *tablets*, etc.). É indiscutivelmente de grande relevância para o estudo das ciências em geral.

Este componente curricular está presente em diversas áreas do conhecimento, como: engenharias, arquitetura, ciências da natureza, ciências da saúde, entre outras. Tal disciplina tem como objetivo principal propiciar ao aluno uma visão da importância da matemática na rotina diária, não somente em sala de aula para fins avaliativos, como também para fins profissionais.

Pode-se destacar que essa disciplina será o ponto de partida principal para as demais, como Física e Química, tendo em vista que essas ciências requerem a matemática para o desenvolvimento de teorias, contribuindo, assim, com o aprendizado das demais matérias, por ela ramificadas.

Na **Lição 1**, conheceremos a definição de **conjuntos numéricos**. Apesar de tal conteúdo pertencer à disciplina de álgebra, iremos estudá-la separadamente para melhor entendimento. Os conjuntos serão abordados de modo que se verifiquem os princípios, o surgimento e as diferenças entre eles; também serão analisadas as respectivas operações matemáticas de soma, subtração, multiplicação, divisão, potenciação e radiciação. Vale ressaltar que essas operações apenas serão ensinadas, inicialmente, nos primeiros conjuntos pelo motivo de uma regra de um determinado conjunto se aplicar a outros.

Na **Lição 2,** examinaremos as **funções**. Essa ramificação matemática provavelmente é um dos conteúdos em que temos mais contato durante nosso dia-a-dia, podendo ser verificadas nos gráficos de pesquisas utilizados pelos telejornais; quando há a necessidade de utilização de cálculo de medicação onde pode, ser usada a regra de três simples, entre vários exemplos. Nessa lição conheceremos os diversos tipos de funções e também a definição de Imagem, contradomínio e domínio. O bom entendimento dos estudos das funções será primordial para determinados estudos da álgebra.

Na **Lição 3**, estudaremos **álgebra**, que está diretamente ligada aos princípios básicos da matemática, como regras de divisibilidade, produtos notáveis, equações, etc. Esse estudo dará a base necessária ao aluno para que resolva desde as fórmulas mais simples até as mais complexas; enfim, será um facilitador indispensável no desenvolvimento de fórmulas encontradas na Física e disciplinas similares.

Na **Lição 4,** estudaremos a **geometria plana**, conteúdo este que nos dará a possibilidade de termos noções de espaço físico por meio de cálculos. Como exemplo, podemos citar a aplicação nas construções civis que estão presentes desde a área de projeto até em campo.

APRESENTAÇÃO

Na **Lição 5**, teremos contato com a **trigonometria,** que tratará somente de triângulos, diferentemente da geometria plana que trata das demais formas geométricas. Essa disciplina tem como principal ponto a possibilidade de calcular a distância entre espaços e alturas de construções, o que manualmente se tornaria inviável devido à complexidade.

Na **Lição 6,** veremos **geometria espacial**, que oferece as mesmas possibilidades que a geometria plana, a única diferença é que aquela trata de formas geométricas em 3D enquanto esta – a plana – trata apenas em 2D.

Na **Lição 7**, abordaremos o último assunto do livro, que tratará das **noções de matemática financeira**, de forma a conhecer os conceitos iniciais, como proporcionalidade, juros e capital. Tal estudo dará suporte à aprendizagem de questões ligadas às atividades comerciais, como, por exemplo, financiamentos, compras com cartão de crédito e outras aplicações.

Este livro tem como objetivo influenciar generosamente os estudos nos eixos: **Infraestrutura; Controles e Processos Industriais;** e, **Informação e Comunicação**. Como foi dito, o aproveitamento do conteúdo abordado neste trabalho resultará em um preparo para futuras disciplinas consideradas mais complexas. Faz-se pertinente destacar que o estudo apresentado não possui a pretensão de esgotar todo o conteúdo sobre Matemática Aplicada, cabendo ao aluno não se limitar ao estudo apenas deste livro, mas também buscar informações complementares em outros meios de pesquisa. Bons estudos!

Eng. Ronaldo Silva Jordão

1 CONJUNTOS NUMÉRICOS

Objetivos

Ao final desta lição, você deverá ser capaz de:

- Saber as diferenças e semelhanças entre os conjuntos numéricos.
- Conhecer e aplicar as propriedades das operações aritméticas.
- Compreender o significado e utilizar os principais símbolos matemáticos.

1.1 História e importância dos conjuntos numéricos

Provavelmente a primeira ideia de quantidade surgiu quando o homem pré-histórico percebeu a diferença entre a presença de um elemento e a presença de dois ou mais elementos; por exemplo, ele percebia a diferença entre um elefante e uma manada, um peixe e um cardume, e assim por diante.

Pré-histórico: período que antecede a invenção da escrita.

Manada: Coletivo de elefantes.

Cardume: Coletivo de peixes.

Os números surgiram como uma necessidade de atender a realização de algumas atividades do período pré-histórico, como delimitações de territórios e aplicações comerciais. Inicialmente, o homem utilizava os dedos das mãos e dos pés para realizar as contagens. Mas quando o comércio surgiu e ele passou a produzir mais do que o necessário para sua sobrevivência, os símbolos numéricos surgiram. Desde então, é impossível imaginar o desenvolvimento de toda uma era sem a existência de números.

Pintura rupestre no Parque Nacional Serra da Capivara, Piauí

Fonte: http://www.fumdham.org.br/pinturas.asp

Você deve estar pensando: “por que eu tenho que estudar conjuntos numéricos?”

Eles surgiram com o objetivo de organizar e tornar a vida cotidiana mais fácil. Já pensou ir ao supermercado e encontrar todos os itens misturados? Ou ter xícaras e panelas armazenadas em seu guarda-roupa? Nós não percebemos, mas todos os objetos ao nosso redor estão organizados em conjuntos.

Conjuntos: Coleção de objetos que possuem características em comum.

Mais aplicações de conjuntos podem ser vistas nas figuras a seguir e ao longo desta lição.

Conjuntos de variadas frutas

Fonte: http://www.eulivreleve.com/2011/05/whole-foods.html

Conjuntos de sapatos, vestidos, blusas, etc.

Fonte: http://myama.com/como-organizar-guarda-roupa-pequeno-de-casal/

Saiba mais

Antes de iniciarmos nossos estudos, é importante que você conheça alguns dos principais símbolos matemáticos:

Símbolo	Significado	Símbolo	Significado	Símbolo	Significado
+	Positivo, soma	≥	Maior ou igual a	⊂	É subconjunto de
-	Negativo, subtração	≠	Diferente	∩	Intersecção
×, * ou .	Multiplicação	|	Tal que	∪	União
:, ÷ ou /	Divisão	∃	Existe	{ }	Chaves
<	Menor que	∄	Não existe	=	Igual a
>	Maior que	∈	Pertence a	∀	Para qualquer que seja
≤	Menor ou igual a	∉	Não pertence a	| |	Módulo de, valor absoluto

1.2 Princípios dos conjuntos numéricos

Conjunto é um agrupamento de quaisquer elementos (não somente números) que possuem características semelhantes. Uma pilha de camisetas é um exemplo de conjunto, onde as camisetas são os elementos.

Há várias maneiras de se representar um conjunto. As mais usuais são a representação por especificação dos elementos e por diagrama de Venn.

Venn: John Venn foi um famoso matemático conhecido pela criação do diagrama que representava conjuntos e as suas uniões e interseções.

A representação por especificação dos elementos é feita por meio de chaves e vírgula, os elementos são colocados entre chaves e separados por vírgula.

Exemplos:

- *Conjunto A = {calça, vestido, camisa}.*
- *Conjunto B = {livro, caderno, caneta, borracha}.*
- *Conjunto C = {tijolo, argamassa, cimento, piso}.*

Os conjuntos são geralmente nomeados com uma letra maiúscula e a quantidade de elementos pode ou não ser infinita. Para representar uma sequência infinita, colocamos reticências após os elementos (veja o exemplo do Conjunto F). As reticências também podem ser usadas quando não se deseja escrever todos os elementos, como forma de abreviar uma sequência finita (veja o exemplo do Conjunto G).

Exemplos:

$F = \{0, 2, 4, 6, 8, ...\}$: representa uma sequência infinita de números pares.

$G = \{a, b, c, d, ..., x, y, z\}$: representa uma sequência finita do alfabeto de maneira abreviada.

Quando fazemos a junção de elementos de conjuntos diferentes, representamos essa união pela letra U (união), como está representado no exemplo abaixo.

Exemplo:

$R = \{1, 3\}$.

$C = \{6, 7, 8\}$.

$R \cup C = \{1, 3, 6, 7, 8\}$.

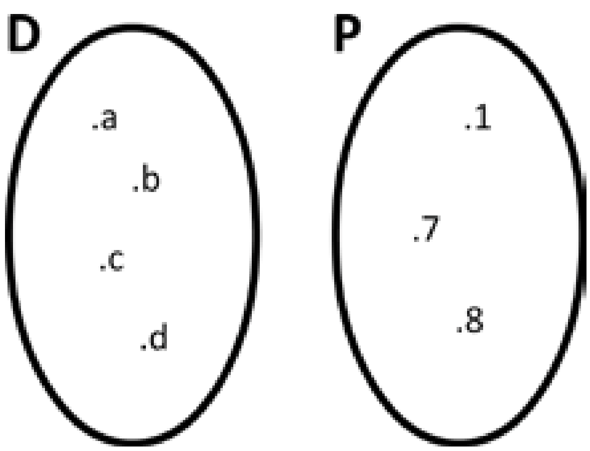
A **representação por diagrama de Venn** é feita por meio de pontos marcados (elementos) no interior de uma figura plana (conjunto). Veja a figura a seguir.

Exemplo:

$D = \{a, b, c, d\}$.

$P = \{1, 7, 8\}$.

Exemplo de representação por diagrama de Venn



Os conjuntos podem ficar entrelaçados quando possuem um ou mais elementos em comum, estes elementos em comum formam o conjunto intersecção representado pelo símbolo ∩.

Exemplo:

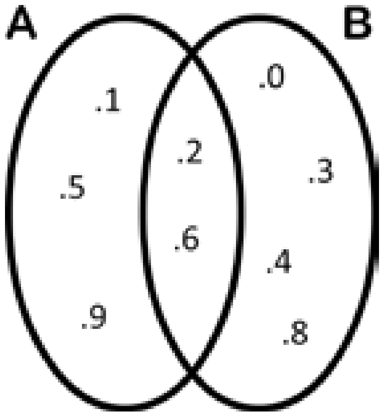
$A = \{1, \mathbf{2}, 5, \mathbf{6}, 9\}$.

$B = \{0, \mathbf{2}, 3, 4, \mathbf{6}, 8\}$.

$A \cap B = \{\mathbf{2}, \mathbf{6}\}$.

Essa representação também é conhecida como diagrama de Venn-Euler. Veja a figura no exercício a seguir.

Figura 1.5 – Exemplo de intersecção por diagrama de Venn



Para entender os **subconjuntos**, veja o exemplo a seguir:

$N = \{0, 1, 5, 6, 7, 8, 9\}$ e $O = \{0, 6, 8\}$.

O conjunto O, é subconjunto de N porque todos os elementos de O estão presentes em N. Para representar um subconjunto utilizamos o símbolo $\subset$, então, podemos escrever $O \subset N$ (que se lê: O está contido em N).

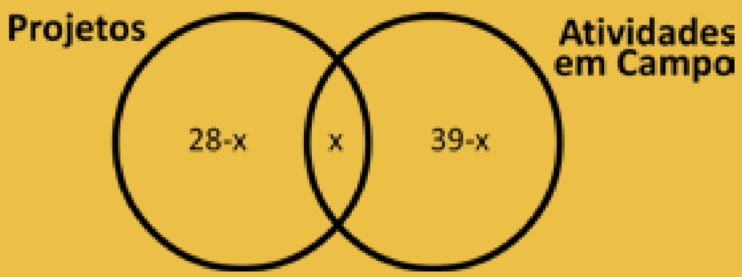
Exercitando o conhecimento

Uma famosa empresa de construção fez uma pesquisa entre seus estagiários perguntando quais atividades realizadas eles mais se identificavam. De 50 estagiários, 28 responderam Projetos e 39 Atividades em Campo. Quantos alunos responderam somente Projetos?

a) 15. b) 11. c) 13. d) 17.

Nesse problema temos dois conjuntos: o conjunto dos estagiários que responderam Projetos e o conjunto dos estagiários que responderam Atividades em Campo. Temos também uma intersecção que representa os estagiários que responderam Projetos e Atividades em Campo que, por enquanto, ainda não sabemos a quantidade. Observe:

Diagrama da pesquisa entre os estagiários



É importante destacar que o conjunto Projetos não equivale aos estagiários que responderam somente Projetos, mas equivale aos estagiários que responderam somente Projetos e Projetos e Atividades em Campo. Por isso está escrito como $28 - x$, onde 28 são os estagiários que responderam Projetos no total e x são os estagiários que responderam Projetos e Atividades em Campo. A mesma observação vale para Atividade em Campo.

Então, para descobrir a quantidade de estagiários que responderam somente Projetos será necessário realizar a seguinte operação:

Número de alunos que responderam apenas Projetos: $28 - x$

Número de alunos que responderam apenas Atividade em Campo: $39 - x$

(Projetos) + (Atividades em Campo) + (Projetos e Atividades em Campo) = 50

$(28 - x) + (39 - x) + x = 50$

$67 - x = 50$

$x = 17$

Ou seja, 17 *estagiários responderam Projetos e Atividades em Campo.*

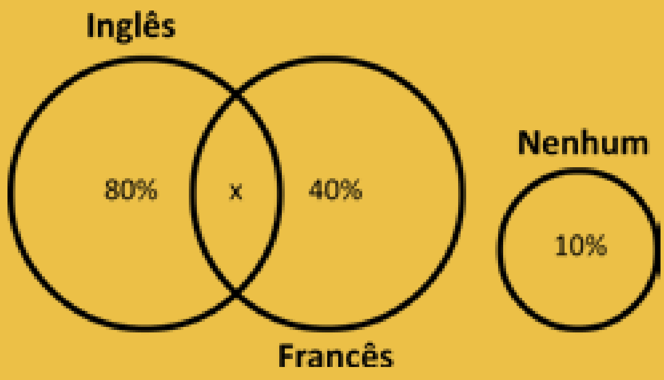
Número de alunos que responderam apenas Projetos: $28 - 17 = \mathbf{11}$.

Enfim, 11 *estagiários responderam somente Projetos.*

Exercitando o conhecimento

(UFU-MG) Num grupo de estudantes, 80% estudam Inglês, 40% estudam Francês e 10% não estudam nenhuma das duas línguas. Nesse grupo, a porcentagem de alunos que estudam ambas as línguas é:

Primeiro, faremos um diagrama para facilitar a interpretação do problema.



Observe que a letra "x" representa a porcentagem de alunos que estudam ambas as línguas.

Sabemos que o grupo dos estudantes que estudam Inglês constituem os estudantes que estudam somente a língua inglesa mais os estudantes que estudam Inglês e Francês. O grupo dos estudantes que estudam Francês constituem os estudantes que estudam somente a língua francesa mais os estudantes que estudam Francês e Inglês. E o grupo isolado constituem os estudantes que não estudam essas línguas.

Assim, temos que a porcentagem do grupo de estudantes que estudam somente Inglês é a expressão: $80 - x$, lembrando que "x" é a porcentagem de quem estuda ambas as línguas.

E a porcentagem do grupo de estudantes que estudam somente Francês é a expressão: $40 - x$.

*Por último, temos em mente que a soma dessas porcentagens terá que ser de 100%, assim, a soma é constituída dos grupos que estudam **somente inglês**, **somente francês**, estudam **ambas as línguas** e estudam **nenhuma dessas línguas**, concluímos que:*

$$(80 - x) + (40 - x) + x + 10 = 100$$

Agora, é só resolver essa expressão:

$80 - x + 40 - x + x + 10 = 100$

$130 - x = 100$

$- x = 100 - 130$

$- x = - 30$

Como x deu negativo, multiplicamos a expressão inteira por -1:

$x = 30$

Chegamos no fim do problema. Vimos que a porcentagem de alunos que estudam ambas as línguas é de 30%.

1.3 Conjunto dos números naturais

Historiadores contam que o conjunto dos números naturais foi o primeiro a surgir e veio provavelmente da técnica natural de contagem, como, por exemplo, quando contamos os dias do mês ou a quantidade de livros que possuímos numa estante. O conjunto dos números naturais (representado pelo símbolo $\mathbb{N}$ ou N) é ordenado e infinito; se somarmos uma unidade a um número natural n, o resultado é um número $n+1$ e esse resultado será o sucessor de n.

Podemos representar o Conjunto $\mathbb{N}$ como:

$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, ...\}$.

Números naturais: são todos os números não negativos e inteiros.

Parcela: cada um dos números ou expressões submetidas à operação de soma.

Saiba mais

O termo **algarismo** deriva do nome de um famoso matemático árabe chamado al-Khwārizmī, que foi responsável por traduzir para o árabe livros de matemática vindos da Índia. Em uma dessas traduções, ele se deparou com o sistema de numeração decimal e ficou tão fascinado com esse sistema que escreveu um livro explicando o seu funcionamento e a sua utilidade. Foi dessa maneira que as pessoas acabaram conhecendo os algarismos.

Matemático al-Khwārizmī

Fonte: http://www.yesiknowthat.com/muhammad-ibn-musa-al-khwarizmi/

Operações com números naturais

+ Adição

O resultado de uma soma com números naturais é sempre um número natural.

Exemplo: $17 + 240 = 257$

Propriedades da adição

- **Comutativa**: a ordem dos termos não altera o resultado.

  Exemplo: $40 + 7 = 47 \quad ou \quad 7 + 40 = 47$

- **Associativa**: podemos associar parcelas de maneiras diferentes que o resultado será o mesmo.

  Exemplo: $3+(50+6) = 59; \quad 6+(3+50) = 59$ ou $\quad 50+(6+3) = 59$

• **Elemento neutro**: o número zero é o elemento neutro da adição, pois em qualquer adição com um número natural o resultado será sempre um número natural.

Exemplo: $32 + 0 = 32$

− Subtração

O resultado de uma subtração com números naturais nem sempre será um número natural.

Exemplo: $7 - 5 = 2$ e $5 - 7 = ?$

Essa operação mostra a necessidade da criação dos números negativos e a ampliação do conjunto dos números naturais.

A subtração **não** possui as propriedades comutativa, associativa ou elemento neutro.

× Multiplicação

O produto de dois números naturais será sempre um número natural.

Exemplo: $613 \times 3 = 1839$

Propriedades da multiplicação

• **Comutativa**: "a ordem dos fatores não altera o produto."

Exemplo: $5 \times 2 = 10$ ou $2 \times 5 = 10$

• **Associativa**: podemos associar fatores de maneiras diferentes que o resultado será o mesmo.

Exemplo: $3 \times (6 \times 2) = 36$; $2 \times (3 \times 6) = 36$ ou $6 \times (2 \times 3) = 36$

• **Elemento neutro**: nesse caso, o elemento neutro será o número 1, pois qualquer número natural multiplicado por 1 será ele mesmo.

Exemplo: $76 \times 1 = 76$

• **Distributiva**: é a famosa "regra do chuveirinho". Quando temos um termo que está multiplicando uma soma ou diferença, basta multiplicar por cada um dos números e depois efetuar o restante da operação, ou realizar a soma ou subtração primeiro e depois a multiplicação.

Exemplos: $5 \times (4+2) = 5 \times 6 = 30$ ou $5 \times (4+2) = (5 \times 4) + (5 \times 2) = 20 + 10 = 30$

÷ Divisão

Em uma divisão temos:

Q - quociente - é o resultado da divisão.

D - dividendo - é o valor que será dividido em partes iguais.

d - divisor - é o termo que indica em quantas partes iguais o dividendo será dividido.

R - resto - é o termo que indica o que sobra após a divisão.

Para toda divisão, com **d** diferente de zero, vale a relação:

D = (Q x d) + R

A operação de divisão pode ser classificada em: exata e não exata.

- **Divisão exata:** é quando o resto (R) da divisão é igual a zero.

Exemplo:

$$\begin{array}{r|l} 20 & 5 \\ \cline{2-2} -20 & 4 \\ \hline 0 & \end{array}$$

- **Divisão não exata:** quando o resto (R) é diferente de zero.

Exemplo:

$$\begin{array}{r|l} 32 & 5 \\ \cline{2-2} -30 & 6 \\ \hline 2 & \end{array}$$

A divisão entre números naturais nem sempre é exata. Além disso, a operação de divisão não apresenta as propriedades comutativa, associativa e elemento neutro. Tampouco existe a operação de divisão para o caso de o divisor ser zero.

Potenciação: é uma multiplicação em que os fatores são todos iguais.

Veja abaixo os termos da potência 2 elevado a 3 = 8.

* 2 - é a base da potência, ou seja, é o termo que se repete na multiplicação.

* 3 - é o expoente, ou seja, é o termo que indica quantos são os fatores que se repetem.

* 8 - é o resultado da potência.

Exemplos:

$2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^4 = 16$

$3 \times 3 = 3^2 = 9$

$5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 5^6 = 15\,625$

Propriedades da Potenciação

- **Produtos de potência da mesma base**: para multiplicar potências com a mesma base, basta conservar a base e somar os expoentes. Em termos gerais, podemos escrever: $a^m \times a^n = a^{m+n}$.

Exemplos:

$2^3 \times 2^5 = 2^{3+5} = 2^8 = 256$

$3^3 \times 3^4 = 3^{3+4} = 3^7 = 2187$

$4^1 \times 4^2 = 4^{1+2} = 4^3 = 64$

- **Quociente de potência da mesma base**: para dividir potências com a mesma base, basta conservar a base e subtrair os expoentes. Em termos gerais, podemos escrever: $a^m : a^n = a^{m-n}$.

Exemplos:

$2^5 : 2^3 = 2^{5-3} = 2^2 = 4$

$4^5 : 4^2 = 4^{5-2} = 4^3 = 64$

$5^6 : 5^4 = 5^{6-4} = 5^2 = 25$

- **Potência de uma potência**: para elevar uma potência a um expoente, basta conservar a base e multiplicar os expoentes. Em termos gerais, podemos escrever: $(a^m)^n = a^{m \times n}$.

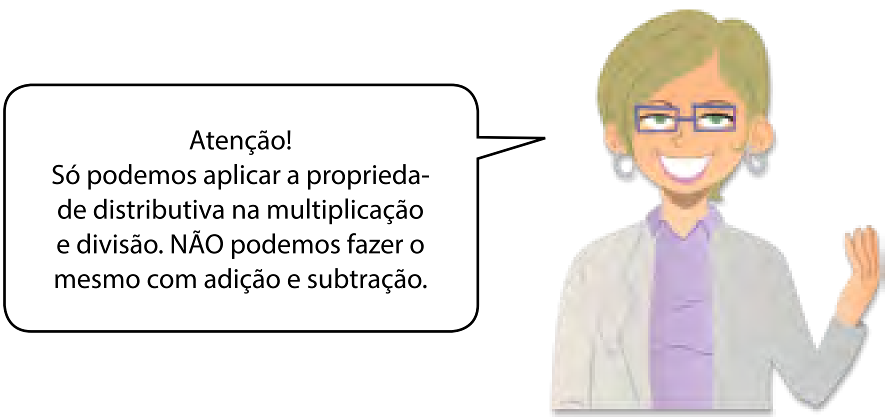
Exemplos:

$(2^2)^3 = 2^6 = 64$

$(3^1)^3 = 3^3 = 27$

$(6^2)^4 = 6^8 = 1679616$

- **Propriedade distributiva da potenciação em relação a multiplicação e divisão**: quando temos dois números naturais que estão se multiplicando ou dividindo elevados à mesma potência, podemos aplicar a propriedade distributiva.



Em termos gerais, podemos escrever:

$(a \times b)^n = a^n \times b^n$

$(a : b)^n = a^n : b^n$.

Exemplos:

$(2 \times 4)^3 = 2^3 \times 4^3 = 8 \times 64 = 512$

$(6 : 3)^2 = 6^2 : 3^2 = 36 : 9 = 4$

Importante

Qualquer número elevado a 1 é igual ao próprio número.

Exemplos:

$5^1 = 5$	$8^1 = 8$	$13^1 = 13$

Qualquer número elevado a 0 é igual a 1.

Exemplos:

$3^0 = 1$	$9^0 = 1$	$21^0 = 1$

Radiciação: é o inverso da potenciação.

Exemplos:

$\sqrt{81} = 9$, que se lê: raiz quadrada de 81 é igual a 9. Isso porque: $9^2 = 81$

$\sqrt[3]{8} = 2$, que se lê: raiz cúbica de 8 é igual a 2. Isso porque: $2^3 = 8$

Para refletir!

Já pensou em como as propriedades das operações aritméticas são capazes de facilitar nossos cálculos? Graças à aplicação delas, somos capazes de resolver operações de uma maneira muito mais. Logo adiante veremos que ela será muito útil em operações com incógnitas.

Pense: sem a ajuda das propriedades, como resolveríamos as seguintes operações?

$(5 . x)^2$	$3 (x + 2)$	$x^8 : x^4$

Exercitando o conhecimento

Sofia estava ajudando nos preparativos de uma festa de aniversário e foi numa loja para comprar pratinhos de plástico. A loja estava fazendo a seguinte promoção:

1 dezena de pratinhos = R$ 5,00

2 dezenas de pratinhos = R$ 8,00

3 dezenas de pratinhos = R$ 13,00

4 dezenas de pratinhos = R$ 17,00

Sofia decidiu comprar 6 dezenas de pratinhos gastando o mínimo possível. Quanto ela pagará por eles?

____

Sabemos que 4 dezenas de pratinhos custam R$ 17,00. Como Sofia comprou 6 dezenas, ficaram sobrando 2 dezenas para contabilizar. Temos que o preço de 2 dezenas é R$ 8,00, sendo assim, basta somar o preço de 4 dezenas com 2 dezenas de pratinhos de plástico, ou seja: 17 + 8 = 25 reais.

Pronto, temos que Sofia pagou R$ 25,00 pelas 6 dezenas de pratinhos.

Exercitando o conhecimento

Um sapo come 3 moscas por dia. Quantas moscas 3 sapos comerão em 3 dias?

a) 9 b) 18 c) 27 d) 21

Se um sapo come 3 moscas por dia, podemos dizer que o triplo de sapos comerá 9 moscas por dia. Agora, se por dia três sapos comem 9 moscas em três dias, três sapos comerão 27 moscas. Ou simplesmente, se observarmos com atenção, aplicamos potência: $3^3 = 27$.

1.4 Conjunto dos números inteiros

O conjunto dos números inteiros surgiu quando os números naturais já não eram capazes de atender todas as operações. Esse conjunto é constituído pelos números naturais e seus opostos (ou simétricos). Exemplificando, podemos dizer que o oposto de 3 é -3, de 5 é -5 e assim por diante.

Números inteiros: É a junção dos números naturais e os números negativos.

O símbolo desse conjunto é $\mathbb{Z}$, ou simplesmente Z, e podemos representá-lo como:

$\mathbb{Z} = \{..., -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ...\}$

Esse conjunto possui alguns subconjuntos, que são:

- $\mathbb{Z}^*$ = Conjunto dos números inteiros não nulos, ou seja, sem a presença do zero.

  $\mathbb{Z}^* = \{..., -5, -4, -3, -2, -1, 1, 2, 3, 4, 5, ...\}$

- $\mathbb{Z}_-$ = Conjunto dos números inteiros não positivos, ou seja, conjunto somente dos números inteiros negativos e nulos.

  $\mathbb{Z}_- = \{..., -3, -2, -1, 0\}$

- $\mathbb{Z}^*_-$ = Conjunto dos números inteiros negativos, ou seja, conjunto dos números inteiros somente negativos.

  $\mathbb{Z}^*_- = \{..., -5, -4, -3, -2, -1\}$

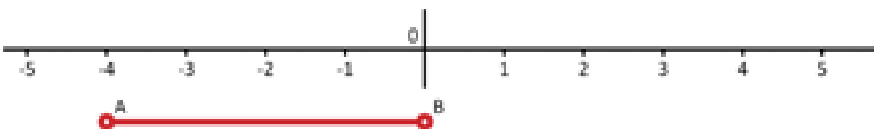
Como todos os elementos dos conjuntos naturais estão no conjunto dos números inteiros, podemos dizer que N é subconjunto de Z ou N ⊂ Z. Veja a figura abaixo.

Conjunto dos números inteiros (Z) e conjunto dos números naturais (N)

O **módulo** ou **valor absoluto** de um número na reta numerada, é a distância entre a origem da reta (0), a esse número.

Exemplo:

Exemplo de módulo de um número



O módulo de - 4, é a distância que o número - 4 se encontra da origem da reta, representada pelo zero (0). Logo o módulo de - 4 é 4, pois o número - 4 está localizado a uma distância de 4 unidades da origem, ou seja do zero (0).

Importante!

É importante lembrar que um número positivo qualquer será sempre maior que o zero ou qualquer número negativo e um número negativo será sempre menor que zero. Quando temos dois números negativos, o maior é aquele que está mais próximo do zero.

Exemplos:

$5 > -14$	$-23 < 0$	$-76 < -12$

Saiba mais

Os sinais de adição (+) e subtração (–) surgiram em 1489 e, inicialmente, representavam os excessos e déficits de negócios. Somente em 1557 passaram a representar adição e subtração em operações. Antes de se utilizar esses símbolos os sinais eram representados por letras.

Operações com números inteiros

Adição: a soma entre dois números inteiros será sempre um número inteiro; a adição com dois números inteiros que possuem o mesmo sinal terá como o resultado um número também com o mesmo sinal; a soma de dois números com sinais diferentes terá como resultado um número com o sinal do maior módulo; a soma de dois números simétricos é zero.

Exemplos:

$5 + 2 = 3$

$(-4) + (-9) = -13$

$-8 + 3 = -5$

$6 + (- 6) = 0$

Subtração: a diferença entre dois números inteiros será sempre um número inteiro; a subtração entre dois números inteiros será sempre a soma do primeiro com o oposto do segundo.

Exemplos:

$+(6) – (-4) = 6 + 4 = 10$

$+(-7) – (-3) = -7 + 3 = -4$

$+(-16) - (+11) = -16 - 11 = -27$

Multiplicação e divisão: na multiplicação e divisão de números inteiros, aplicamos a regra dos sinais.

Se os números têm o **mesmo sinal**, o resultado será **positivo**.

Se os números têm **sinais diferentes**, o resultado será **negativo**.

Exemplos:

$(+4) : (+4) = +1$

$(-12) : (+3) = -4$

$(+10) . (-2) = -20$

$(-6) . (-4) = +24$

Potenciação: se o número estiver entre parênteses e o expoente for par, o resultado será sempre positivo, independente do sinal da base, mas, se o expoente é ímpar, o resultado terá o mesmo sinal da base. Isso ocorre devido à regra do jogo de sinais.

Exemplos:

$(-2)^6 = (-2) . (-2) . (-2) . (-2) . (-2) . (-2) = +64$

$-2^6 = - (+2) . (+2) . (+2) . (+2) . (+2) . (+2) = -64$

$(+4)^2 = (+4) . (+4) = +16$

$(-3)^3 = (-3) . (-3) . (-3) = -27$

$(+5)^3 = (+5) . (+5) . (+5) = +125$

Radiciação: assim como nos números naturais, é o inverso da potência, entretanto, devemos ter um cuidado a mais com os números negativos. Veja:

$\sqrt{49} = 7$ porque $7^2 = 49$

$-\sqrt{9} = -3$ porque $-3^2 = -9$

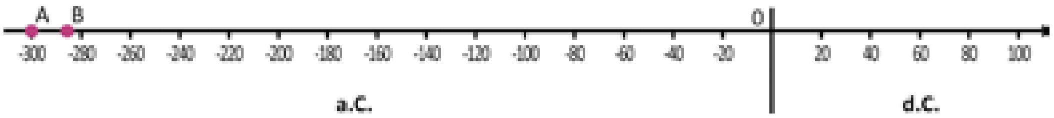
$\sqrt{-4} = \nexists$ (não existe para números reais) porque $(-2)^2 \neq -4$, posto que qualquer numero real elevado ao quadrado dará um resultado positivo.

Para refletir!

Arquimedes foi um dos maiores matemáticos e inventores de todos os tempos. Ele nasceu em 287 a.C. e foi o responsável por descobrir a relação geométrica entre uma esfera e um cilindro além de ter inventado o sistema de roldanas. Euclides nasceu em 300 a.C e é considerado o pai da geometria, sendo conhecido pelos matemáticos por meio de sua principal obra: *Elementos*. Agora responda: quem nasceu primeiro? Arquimedes ou Euclides?

Para responder a essa pergunta, vamos fazer uma analogia com os números inteiros que acabamos de aprender. Consideraremos um eixo onde os números antes do zero (os números negativos) serão considerados os anos da época a.C. e os números depois do zero (números positivos) serão considerados os anos d.C. Veja:

Analogia entre os números inteiros e as épocas a.C e d.C.



O ponto A representa o nascimento de Euclides e o ponto B o nascimento de Arquimedes. Visto dessa maneira ficou clara a resposta, não é mesmo? Euclides nasceu primeiro. Isso porque os anos pertencentes à época a.C. funcionam como os números negativos: quanto maior o ano, mais antigo ele é, enquanto que, em d.C., quanto maior o ano, mais recente ele é.

Exercitando o conhecimento

Érico possui uma conta poupança que tem um saldo de R$ 380,00. Em um mês, as seguintes transações ocorreram na conta de Érico:

R$ 215,00 foram retirados para pagar contas.

R$ 150,00 foram depositados por um amigo que lhe devia.

R$ 310,00 foram retirados para despesas médicas.

R$ 100,00 foram retirados para comprar um presente de casamento para sua esposa.

R$ 30,00 foram depositados por sua filha para ajuda-lo nas despesas.

Qual é a situação da conta poupança de Érico no fim do mês?

a) A conta possui um saldo positivo de R$ 65,00.

b) A conta possui um saldo negativo de R$ 95,00.

c) A conta possui um saldo negativo de R$ 65,00.

d) A conta possui um saldo positivo de R$ 95,00.

Para resolver esse problema, basta ter em mente que os valores equivalentes a depósito são valores positivos (já que estão sendo acrescentados na conta) e os valores equivalentes a retiradas são valores negativos (já que estão sendo retirados da conta). Sendo assim:

Como R$ 215,00 foram retirados da conta inicialmente, temos: 380 – 215 = 165, ou seja, nesse instante a conta possuía saldo positivo de R$ 165,00.

Depois, foram depositados R$ 150,00 na conta, temos: 165 + 150 = 315, ou seja, nesse instante a conta possuía saldo positivo de R$ 315,00.

Então, foram retirados R$ 310,00, temos: 315 – 310 = 5, ou seja, nesse instante a conta possuía saldo positivo de R$ 5,00.

Após isso, foram retirados mais 100,00 da conta, temos: 5 – 100 = -95, ou seja, nesse instante a conta possuía saldo negativo de R$ 95,00.

Por último, foram depositados R$ 30,00, temos: -95 + 30 = -65, ou seja, no fim do mês a conta poupança de Érico possuía saldo negativo de R$ 65,00.

Exercitando o conhecimento

Durante uma experiência, a temperatura foi medida e estava marcando 5ºC negativos. O professor pediu para baixar 17ºC essa temperatura. Qual será a nova temperatura registrada?

____

Basta diminuir a temperatura de 5 ºC negativos por 17. Veja: -5 ºC - 17ºC = -22ºC

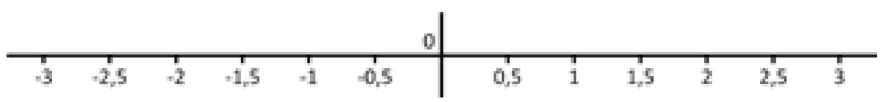
A nova temperatura é de 22 ºC negativos.

1.5 Conjunto dos números racionais

O conjunto dos números racionais reúne todos os números que podem ser escritos em forma de uma razão $^a/_b$, com b diferente de zero. Por serem resultado de uma razão, são chamados de números RACIONAIS.

Números racionais: é a junção dos números inteiros com os números com vírgula.

Exemplo de números racionais



Observe que além dos números naturais e dos números inteiros, temos 0,5 ou $^1/_2$, 1,5 ou $^3/_2$ que são, respectivamente, os números entre 0 e 1 e 1 e 2.

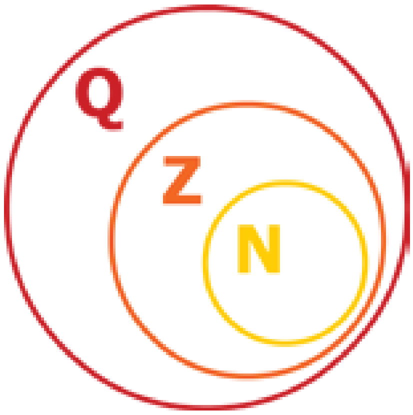
O símbolo desse conjunto é $\mathbb{Q}$, ou Q, e podemos representá-lo da seguinte forma:

$\mathbb{Q} = \{^a/_b \mid a \in \mathbb{Z} \text{ e } b \in \mathbb{Z}^*\}$

(Traduzindo: o conjunto dos números racionais é igual a $^a/_b$ tal que "a" pertence ao conjunto dos números inteiros e "b" pertence ao conjunto dos números inteiros não nulos).

Como todos os elementos do Conjunto Z estão presentes no Conjunto Q, dizemos que Z é subconjunto de Q ou Z ⊂ Q, veja o diagrama:

Conjuntos dos números naturais, inteiros e racionais



1.6 Conjunto dos números irracionais

O conjunto dos números irracionais, reúne os números que não podem ser obtidos como resultado de uma razão. Esses números têm infinitas casas decimais sem periodicidade, ou seja, não há padrão de repetição. Eles aparecem em constantes matemáticas como o "pi", o "e", dentre outras, e também em raízes não exatas.

Seu símbolo é representado pela pela letra I (i maiúscula).

Números irracionais: são números reais que não podem ser obtidospela divisão de dois números inteiros, ou seja, são números reais mas não racionais.

Casas decimais: são os algarismos que se localizam após a vírgula.

Exemplos:

$\sqrt{2} = 1,4142135623730950...$

$\sqrt{3} = 1,7320508075...$

$\pi = 3,141592653589...$

Saiba mais

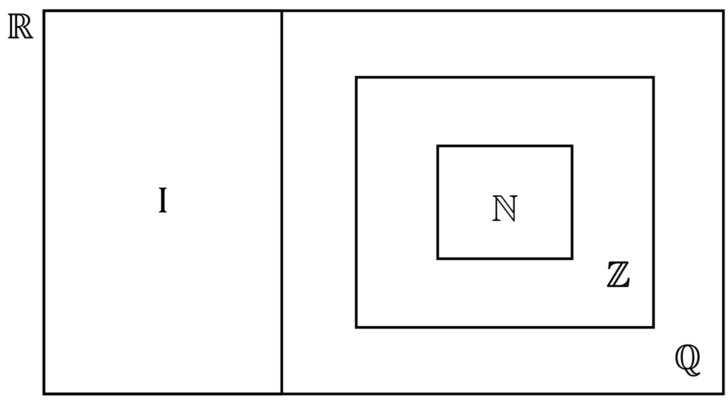
O conjunto dos números irracionais surgiu devido a um antigo problema matemático encontrado no cálculo da diagonal de um quadrado. Desde Pitágoras essa questão era discutida e a solução dela fez com que surgisse esse conjunto um tanto peculiar.

1.7 Conjunto dos números reais

O conjunto dos números reais consiste na junção dos conjuntos dos números racionais e irracionais, seu símbolo é o $\mathbb{R}$, ou R, e é representado das seguintes formas:

$\mathbb{R} = \{\mathbb{Q} \cup I\}$

Conjuntos dos números naturais, inteiros, racionais, irracionais e reais



Agora podemos perceber que I e $\mathbb{Q}$ são subconjuntos de $\mathbb{R}$ ou $I \subset \mathbb{R}$ e $\mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$. As mesmas regras de operações aprendidas nos conjuntos anteriores são válidas nesse, tendo em vista que se trata dos mesmos números.

Intervalos reais

Os intervalos reais são subconjuntos de $\mathbb{R}$. Conheça alguns deles:

Nome	Símbolo	Subconj. de $\mathbb{R}$	Representação gráfica da parte real
Intervalo fechado de extremos a e b	$[\ a\ ;\ b\ ]$	$\{x \in R\ /\ a \leq x \leq b\}$	
Intervalo aberto de extremos a e b	$(\ a\ ;\ b\ )$	$\{x \in R\ /\ a < x < b\}$	
Intervalo fechado à esquerda e aberto à direita de extremos a e b	$[\ a\ ;\ b\ )$	$\{x \in R\ /\ a \leq x < b\}$	
Intervalo fechado à direita e aberto à esquerda de extremos a e b	$(\ a\ ;\ b\ ]$	$\{x \in R\ /\ a < x \leq b\}$	
Intervalo com um extremo no mais infinito (+ ∞)	$[\ a\ ;\ +\infty\ )$ $(\ a\ ;\ +\infty\ )$	$\{x \in R\ /\ x \geq a\}$ $\{x \in R\ /\ x > a\}$	
Intervalo com um extremo no menos infinito (- ∞)	$(\ -\infty\ ;\ a\ ]$ $(\ -\infty\ ;\ a\ )$	$\{x \in R\ /\ x \leq a\}$ $\{x \in R\ /\ x < a\}$	
Intervalo com os extremos no infinito	$(\ -\infty\ ;\ -\infty\ )$	R	

Fonte: http://dc399.4shared.com/doc/Xb6nzh50/preview.html

Vale ressaltar que a bolinha cheia representa um extremo pertencente ao intervalo e a bolinha vazia representa um extremo que não pertence ao intervalo. Também podemos interpretar como: a bolinha cheia aparece quando se tem ≤ ou ≥, e a bolinha vazia aparece quando se tem < ou >.

Exercitando o conhecimento

(Colégio Pedro II) A diferença $A - B$, sendo $A = \{x \in \mathbb{R};\ -4 \leq x \leq 3\}$ e $B = \{x \in \mathbb{R};\ -2 \leq x < 5\}$ é igual a:

a) $\{x \in \mathbb{R};\ -4 \leq x < -2\}$

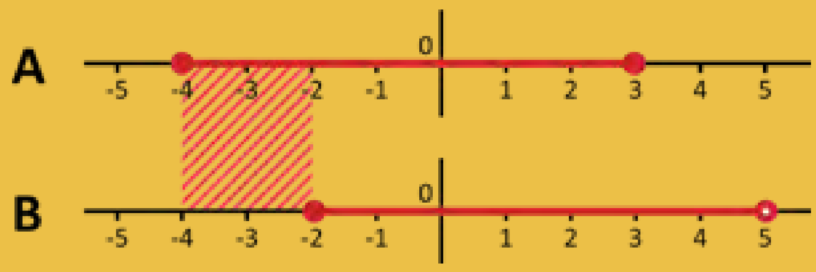
b) $\{x \in \mathbb{R};\ -4 \leq x \leq -2\}$

c) $\{x \in \mathbb{R};\ 3 < x < 5\}$

d) $\{x \in \mathbb{R};\ 3 \leq x \leq 5\}$

e) $\{x \in \mathbb{R};\ -2 \leq x < 5\}$

Representando os intervalos na reta:



Veja que a reta A representa que o x possui um valor entre -4 e 3 num intervalo fechado. Já a reta B representa que o x possui um valor entre -2 e 5 num intervalo aberto à direita. Para saber o resultado de A – B, basta observar sua diferença (que é este retângulo vermelho) e descrevê-la matematicamente.

Por meio da representação vemos claramente que a diferença entre A e B é $\{x \in \mathbb{R};\ -4 \leq x \leq -2\}$.

Resumindo

Nesta lição conhecemos a história e importância dos conjuntos numéricos, suas peculiaridades e as seis operações aritméticas básicas. Percebemos que os conjuntos nada mais são que subconjuntos uns dos outros, e que o o conjunto dos números reais engloba todos eles. Aprendemos as propriedades da adição, da subtração e da multiplicação que são muito usadas em cálculos complexos e conhecemos as diferenças e semelhanças de cada conjunto e suas aplicações no nosso dia-a-dia.

Veja se você se sente apto a:

- Identificar as diferenças e semelhanças entre os conjuntos numéricos.
- Aplicar as propriedades das operações aritméticas.
- Reconhecer o significado e utilizar os principais símbolos matemáticos.

Parabéns, você finalizou esta lição!

Agora responda às questões ao lado.

Exercícios

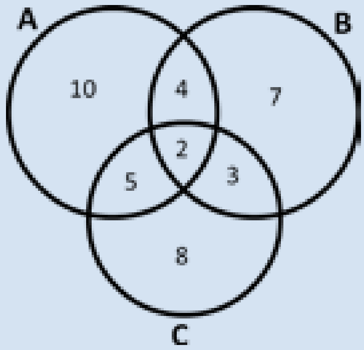
Questão 1 – Numa pesquisa feita entre estudantes de arquitetura, constatou-se que 20 gostavam da disciplina de Computação Gráfica, 15 gostavam da disciplina de Sistemas Estruturais e 5 gostavam de Computação Gráfica e Sistemas Estruturais. Quantos estudantes participaram da pesquisa?

a) 30.   b) 40.   c) 35.   d) 25.

Questão 2 – Certa escola oferece um programa com atividades extracurriculares para seus alunos após o período de aula. Essas atividades se constituem em Judô e Oficina de Mecânica. Sabendo que cada aluno pode escolher mais de uma atividade para realizar, temos que 25 alunos fazem Judô, 15 fazem Oficina de Mecânica e 6 realizam as duas atividades. Quantos alunos no total participam do programa?

a) 46 alunos.   b) 40 alunos.   c) 34 alunos.   d) 36 alunos.

Questão 3 – Observe o diagrama a seguir:



Quantos elementos têm o conjunto A, B e C respectivamente:

a) 21, 16 e 18.

b) 10, 7 e 8.

c) 18, 11 e 16.

d) 8, 7 e10.

Questão 4 – Roberto pagou o total de R$ 590,00 em dois objetos comprados em uma loja de construção. Qual o preço de um dos objetos sabendo que um deles custou R$ 80,00 a mais que o outro?

a) R$ 365,00. b) R$ 335,00. c) R$ 280,00. d) R$ 255,00.

Questão 5 – O conjunto dos números inteiros é subconjunto de qual conjunto numérico?

a) Natural. b) Irracional. c) Real. d) Racional.

Questão 6 – Julgue os itens e marque a alternativa correta:

( ) $-75 > -74$

( ) $S = \{0,3,4,5\}$; $R = \{0, 5\}$ então $S \subset R$

( ) $-5^2 = 25$

( ) $4^3 . 4^1 = 256$

a) F, V, F, V.

b) F, F, V, V.

c) F, F, F, V.

d) V, V, V, V.

Questão 7 – Num grupo com 10 amigos, 6 usam camisa branca e 7 calças jeans. Quantos usam camisa branca e calça jeans?

a) 2. b) 3. c) 1. d) 4.

Questão 8 – O que significa o símbolo $\mathbb{Z}_-$?

a) Conjunto dos números inteiros não nulos.

b) Conjunto dos números inteiros negativos.

c) Conjunto dos números inteiros não positivos.

d) Conjunto dos números inteiros.

Questão 9 – Dado os números -3, 4, $^{2}/_{5}$, 0, -5, 7, $^{10}/_{9}$ e 1, quais pertencem, respectivamente, aos conjuntos dos números naturais, inteiros e racionais?

a) *N= {0, 1, 4, 7}, Z = {-5, -3, 0, 1, 4, 7} e Q = {-5, -3, 0,* $^{2}/_{5}$ *, 1,* $^{10}/_{9}$ *, 4, 7}.*

b) *N = {-5, -3, 0, 1, 4, 7}, Z = {0, 1, 4, 7} e Q = {-5, -3, 0,* $^{2}/_{5}$ *, 1,* $^{10}/_{9}$ *, 4, 7}.*

c) *N = {1, 4, 7}, Z = {-5, -3, 0, 1, 4, 7} e Q = {-5, -3,* $^{2}/_{5}$ *, 1,* $^{10}/_{9}$ *, 4, 7}.*

d) *N = {0, 1, 4, 7}, Z = {-5, -3, 0, 1, 4, 7} e Q = {0,* $^{2}/_{5}$ *, 1,* $^{10}/_{9}$ *, 4, 7}.*

Questão 10 – A embaixada japonesa fez uma pesquisa para saber quais os hobbies preferidos de alguns brasileiros que se identificam com a cultura japonesa. As opções de hobby eram: assistir a desenhos japoneses (animes), cozinhar comidas típicas japonesas e colecionar bonecos de personagens famosos. Cada entrevistado poderia escolher uma ou mais opções de hobby. Eles fizeram as seguintes escolhas:

- 150 responderam que seu hobby preferido era assistir a animes;
- 15 responderam que gostavam somente de cozinhar comidas típicas japonesas;
- 50 falaram que gostavam de colecionar bonecos;
- 120 responderam que gostavam de assistir a animes e colecionar bonecos;
- 54 preferiam cozinhar comidas típicas e colecionar bonecos;
- 81 gostavam de assistir a animes e cozinhar comidas típicas;
- 40 responderam que gostavam de fazer os três hobbies.

Responda, respectivamente, quantos entrevistados escolheram cozinhar comidas típicas japonesas; somente assistir a animes; somente cozinhar comidas típicas e colecionar bonecos; e o total de entrevistados:

a) 15; 11; 54; 280.

b) 15; 11; 14; 285.

c) 110; 150; 54; 335.

d) 110; 11; 14; 285.